

TRƯỜNG THPT GIA VIỄN

—*—

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ I
MÔN TOÁN LỚP 11 NĂM HỌC 2023-2024**

CHƯƠNG I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Góc lượng giác

Quy ước:

Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo góc của nó.

Chú ý

Cho hai tia Ou, Ov có vô số góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov . Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov) .

Số đo của các góc lượng giác này sai khác nhau một bội nguyên của 360° .

2. Hệ thức Chasles:

Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có:

$$sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Nhận xét:

Từ hệ thức Chasles, ta suy ra: Với ba tia tùy ý Ox, Ou, Ov ta có:

$$sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

3. Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn

- Quan hệ giữa độ và radian:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \quad \text{và} \quad 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

- Độ dài cung tròn.

Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R\alpha$.

4. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác

Hệ thức cơ bản:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1, & 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right) \\ 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right), & \tan \alpha \cdot \cot \alpha &= 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right) \end{aligned}$$

5. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

Góc đối nhau (α và $-\alpha$)

$$\begin{aligned} \cos(-\alpha) &= \cos \alpha & \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha & \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

Góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$)

$$\begin{aligned} \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha & \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha & \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

Góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$)

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cos \alpha & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cot \alpha & \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \tan \alpha \end{aligned}$$

Góc hơn kém π (α và $\pi + \alpha$)

$$\begin{aligned} \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha & \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha & \cot(\pi + \alpha) &= \cot \alpha \end{aligned}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}$. Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều.

2. Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau: $225^\circ; -225^\circ; -1035^\circ; \frac{5\pi}{3}; \frac{19\pi}{2}; -\frac{159\pi}{4}$.

3. Tính các giá trị lượng giác (nếu có) của mỗi góc sau:

a) $\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z});$

b) $k\pi (k \in \mathbb{Z});$

c) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z});$

d) $\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

4. Tính các giá trị lượng giác của góc α trong mỗi trường hợp sau:

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

b) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ với $-\pi < \alpha < 0;$

c) $\tan \alpha = 3$ với $-\pi < \alpha < 0;$

d) $\cot \alpha = -2$ với $0 < \alpha < \pi.$

5. Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất, bán kính 9000km. Biết rằng vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 2h.

a) Hãy tính quãng đường vệ tinh đã chuyển động được sau: 1h; 3h; 5h.

b) Vệ tinh chuyển động được quãng đường 200000km sau bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO GÓC

Câu 1. Góc có số đo 108° đổi ra radian là:

A. $\frac{3\pi}{5}.$

B. $\frac{\pi}{10}.$

C. $\frac{3\pi}{2}.$

D. $\frac{\pi}{4}.$

Câu 2. Nếu một cung tròn có số đo là a° thì số đo radian của nó là:

A. $180\pi a.$

B. $\frac{180\pi}{a}.$

C. $\frac{a\pi}{180}.$

D. $\frac{\pi}{180a}.$

Câu 3. Cho góc có số đo 405° , khi đổi góc này sang đơn vị radian ta được

A. $\frac{8\pi}{9}.$

B. $\frac{9\pi}{4}.$

C. $\frac{9}{4}.$

D. $\frac{9\pi}{8}.$

Câu 4. Đổi số đo của góc 10 rad sang đơn vị độ, phút, giây ta được

A. $572^\circ 57' 28.$

B. $1800^\circ.$

C. $\frac{\pi}{18}.$

D.

$527^\circ 57' 28.$

Câu 5. Góc có số đo $\frac{-7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là

A. $-315^\circ.$

B. $-630^\circ.$

C. $-1^\circ 45'.$

D. $-135^\circ.$

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

Câu 1. Trên đường tròn bán kính 7 cm, lấy cung có số đo 54° . Độ dài l của cung tròn bằng

A. $\frac{21}{10}\pi$ (cm).

B. $\frac{11}{20}\pi$ (cm).

C. $\frac{63}{20}\pi$ (cm).

D.

$\frac{20}{11}\pi$ (cm).

Câu 2. Trên đường tròn đường kính 8cm, tính độ dài cung tròn có số đo bằng 1,5 rad.

A. 12cm.

B. 4cm.

C. 6cm.

D. 15cm.

Câu 3. Một đường tròn có bán kính $15(cm)$. Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{5\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 4. Một đường tròn có bán kính 10, độ dài cung tròn 40° trên đường tròn gần bằng

- A. 7. B. 9. C. 11. D. 13.

Câu 5. Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi}$, độ dài cung tròn $\frac{\pi}{2}$ là

- A. 5. B. 5π . C. $\frac{5}{\pi}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

DẠNG 3. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha \geq 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 2. Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $\tan \alpha > 0$. B. $\cot \alpha < 0$. C. $\sin \alpha < 0$. D. $\cos \alpha < 0$.

Câu 3. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, tìm phát biểu **đúng** trong các phát biểu sau:

- A. $\sin x > 0$. B. $\cos x > 0$. C. $\tan x > 0$. D. $\cot x < 0$.

Câu 4. Cho góc α thỏa $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha > 0$. D. $\tan \alpha > 0$.

Câu 5. Cho $\frac{2021\pi}{4} < x < \frac{2023\pi}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin x > 0, \cos 2x > 0$. B. $\sin x < 0, \cos 2x > 0$.
C. $\sin x > 0, \cos 2x < 0$. D. $\sin x < 0, \cos 2x < 0$.

Câu 6. Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 7. Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là:

- A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.

Câu 8. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha, \cos \alpha$ cùng dấu?

- A. Thứ II. B. Thứ IV.
C. Thứ II hoặc IV. D. Thứ I hoặc III.

Câu 9. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

- A. Thứ II. B. Thứ I hoặc II.
C. Thứ II hoặc III. D. Thứ I hoặc IV.

Câu 10. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:

- A. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0$.

DẠNG 4. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

Câu 1. Cho $\cos \alpha = \frac{-1}{6}; \left(-\pi < \alpha < \frac{-\pi}{2}\right)$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{35}}{6}$. B. $\sin \alpha = \frac{35}{36}$. C. $\sin \alpha = \frac{5}{6}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{35}}{6}$.

Câu 2. Tính $\sin \alpha$, biết $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ($-\frac{\pi}{2} < x < 0$) thì $\sin x$ có giá trị bằng

A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. B. $-\frac{3}{\sqrt{5}}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $\cos \alpha$; $\tan \alpha$

A. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$.
 C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 5. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), khi đó $\tan \alpha$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. B. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 6. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $\frac{16}{25}$.

Câu 7. Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó giá trị của $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$ lần lượt là

A. $-\frac{4}{5}; \frac{3}{4}$. B. $-\frac{4}{5}; -\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{5}; -\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}$.

Câu 8. Cho $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = 10\sin \alpha + 5\cos \alpha$.

A. -10 . B. 2 . C. 1 . D. $\frac{1}{4}$.

Câu 9. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
 C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. D. $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$.

Câu 10. Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$ bằng

A. $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

DẠNG 5. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 1. Tính $L = \tan 20^\circ \tan 45^\circ \tan 70^\circ$

A. 0 . B. 1 . C. -1 . D. 2 .

Câu 2. Tính $G = \cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 3. Tính $A = \sin 390^\circ - 2\sin 1140^\circ + 3\cos 1845^\circ$

A. $\frac{1}{2}(1+3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$.

B. $\frac{1}{2}(1-3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$.

C. $\frac{1}{2}(1+2\sqrt{3}-3\sqrt{2})$.

D. $\frac{1}{2}(1+2\sqrt{3}+3\sqrt{2})$.

Câu 4. Giá trị đúng của biểu thức $\frac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ}$ bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $-\sqrt{3}$.

D. 4.

Câu 5. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

II. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Công thức cộng

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

* Công thức nhân đôi:

$$\sin 2a = 2\sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

* Công thức hạ bậc:

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}; \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$$

Công thức biến đổi tổng thành tích.

$$\cos u + \cos v = 2\cos \frac{u + v}{2} \cos \frac{u - v}{2}$$

$$\cos u - \cos v = -2\sin \frac{u + v}{2} \sin \frac{u - v}{2}$$

$$\sin u + \sin v = 2\sin \frac{u + v}{2} \cos \frac{u - v}{2}$$

$$\sin u - \sin v = 2\cos \frac{u + v}{2} \sin \frac{u - v}{2}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Cho $\cos a = \frac{3}{5}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right)$, $\cos\left(a - \frac{\pi}{3}\right)$, $\tan\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Cho $\sin a = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính: $\cos 2a$, $\cos 4a$.

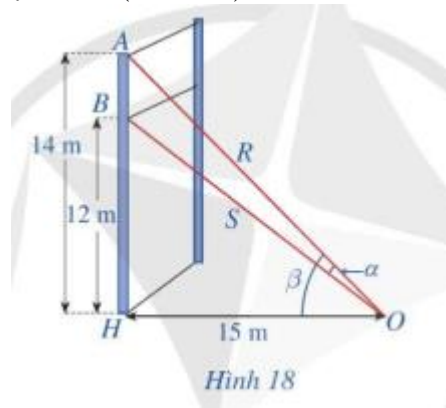
3. Cho $\sin a + \cos a = 1$. Tính: $\sin 2a$.

4. Cho $\cos 2a = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính: $\sin a$, $\cos a$, $\tan a$.

5. Cho $\cos 2x = \frac{1}{4}$. Tính: $A = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; $B = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

6. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$.

7. Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15m (Hình 18).



a) Tính $\tan \alpha$, ở đó α là góc giữa hai sợi cáp trên.

b) Tìm góc α (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.

C. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.

B. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.

D. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan(x-y) = \frac{\tan x + \tan y}{\tan x \tan y}$.

C. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 - \tan x \tan y}$.

B. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$.

D. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{\tan x \tan y}$.

Câu 3. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$.

B. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

D. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

Câu 4. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$.

C. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$.

B. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$.

D. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$.

Câu 5. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

A. $\cos(x-y)$.

B. $\cos(x+y)$.

C. $\sin(x-y)$.

D. $\sin(y-x)$.

Câu 6. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

D. $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$

Câu 8. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$.

C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$.

B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.

D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Câu 9. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 10. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$.

B. $-\frac{18}{65}$.

C. $\frac{18}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 11. Cho góc lượng giác α $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Xét dấu $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan(-\alpha)$. Chọn kết quả đúng.

A. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

Câu 12. Rút gọn biểu thức: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$, ta được:

A. $\sin 2a$.

B. $\cos 2a$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho hai góc α và β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{12}{13}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Giá trị của $\sin(\alpha - \beta)$ là

A. $-\frac{56}{65}$.

B. $\frac{56}{65}$.

C. $\frac{16}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 14. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $-\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 15. Cho $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a\sqrt{5} - b\sqrt{15}}{10}$ với $a, b \in \mathbb{N}$

và $(a, b) = 1$. Tính $a + b$.

A. 4.

B. 10.

C. 7.

D. 3.

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 1. Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$.

B. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.

C. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$.

D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2\cot x}$.

B. $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$.

C. $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$.

D. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

Câu 3. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$.

D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Câu 5. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$.

D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Câu 6. Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A. $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$.

B. $\cos 2a = 2\cos a - 1$.

C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$.

D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Câu 7. Chọn đáp án đúng.

A. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$.

B. $\sin 2x = \sin x \cos x$.

C. $\sin 2x = 2\cos x$.

D. $\sin 2x = 2\sin x$.

Câu 8. Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

A. $\frac{24}{25}$.

B. $-\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 9. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\cos 2\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $-\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 10. Biết $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. Với $a = -b$ thì $\cos 2a$ bằng

A. $\cos^2 a + \sin^2 a$.

B. $-\cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos^2 a - \sin^2 a$.

D. $\sin^2 a - \cos^2 a$.

Câu 11. Với α là số thực bất kỳ, trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$.

B. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$.

C. $\cos 2\alpha = -2\sin^2 \alpha + 1$.

D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Câu 12. Biết rằng $\sin 18^\circ = \frac{a + b\sqrt{5}}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $c \neq 0$ và $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Giá trị

của biểu thức $S = a + b + c$ là

A. $S = 2$.

B. $S = 4$.

C. $S = 3$.

D. $S = 1$.

Câu 13. Cho $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 14. Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{25}$. B. $\frac{24}{25}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 15. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos x$. B. $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x \cdot \sin x$.
 C. $\sin 3x - \sin x = 2 \cos 2x \cdot \sin x$. D. $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cdot \cos x$.

Câu 16. Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 2 \cos 2\alpha \cdot \cos 6\alpha$. B. $\sin 2\alpha + \sin 4\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos 3\alpha$.
 C. $\cos 2\alpha - \cos 4\alpha = -2 \sin 3\alpha \cdot \sin \alpha$. D. $\sin 2\alpha - \sin 4\alpha = -2 \cos 3\alpha \cdot \sin \alpha$.

DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.
 C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Câu 2. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$. B. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$ D. $\cos a + \cos b = 2 \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$.

Câu 3. Công thức nào sau đây là sai?

- A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.
 C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

Câu 4. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0$; $2 \sin x + 1 \neq 0$) ta được:

- A. $A = \cot 6x$. B. $A = \cot 3x$.
 C. $A = \cot 2x$. D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{3}{2} \cos 2a$. B. $\frac{1}{2} \cos 2a$ C. $-\frac{2}{3} \cos 2a$. D. $-\frac{1}{2} \cos 2a$.

Câu 6. Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

- A. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.
 C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 7. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

- A. $P = \tan a$. B. $P = \cot a$. C. $P = \cot 3a$ D. $P = \tan 3a$.

Câu 8. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$ D. $P = -\sqrt{3}$.

Câu 9. Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 10. Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:

- A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Câu 11. Biểu thức $A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

III. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Hàm số chẵn, hàm số lẻ

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D.

+ Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.

Đồ thị của một hàm số chẵn nhận trục tung là trục đối xứng.

+ Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

Đồ thị của một hàm số lẻ nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng.

2. Hàm số tuần hoàn

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D được gọi là **hàm số tuần hoàn** nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in D$ ta có:

i) $x + T \in D$ và $x - T \in D$

ii) $f(x + T) = f(x)$

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là chu kỳ của hàm số tuần hoàn đó.

3. Hàm số $y = \sin x$:

+ Có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $[-1; 1]$.

+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ 2π .

+ Đồng biến trên mỗi khoảng:

$$\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$$

+ Nghịch biến trên mỗi khoảng:

$$\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$$

+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ và gọi là một đường hình sin.

4. Hàm số $y = \cos x$:

+ Có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $[-1; 1]$;

+ Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kỳ 2π .

+ Đồng biến trên mỗi khoảng: $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

+ Có đồ thị là một đường hình sin đối xứng qua trục tung.

5. Hàm số $y = \tan x$:

+ Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ và tập giá trị là \mathbb{R} ;

+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π ;

+ Đồng biến trên mỗi khoảng:

$$\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z};$$

+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

6. Hàm số $y = \cot x$:

+ Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ và tập giá trị là \mathbb{R} ;

+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π ;

+ Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$;

+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

Bài 1. Dùng đồ thị hàm số, tìm giá trị của x trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ để:

- a) Hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 1 ; b) Hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 0 ;
c) Hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị bằng -1; d) Hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị bằng 0 .

Bài 2 . Dùng đồ thị hàm số, tìm giá trị của x trên khoảng $\left(-\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ để:

- a) Hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng -1; b) Hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0 ;
c) Hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị bằng 1 ; d) Hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị bằng 0 .

Bài 3. Xét sự biến thiên của mỗi hàm số sau trên các khoảng tương ứng:

a) $y = \sin x$ trên khoảng $\left(-\frac{9\pi}{2}; -\frac{7\pi}{2}\right), \left(\frac{21\pi}{2}; \frac{23\pi}{2}\right)$;

b) $y = \cos x$ trên khoảng $(-20\pi; -19\pi), (-9\pi; -8\pi)$.

Bài 4. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số:

a) $y = \sin x \cos x$

b) $y = \tan x + \cot x$

c) $y = \sin^2 x$.

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. \mathbb{R} .

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{2021 - \cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{5 \sin x}{\cos x - 3}$ là

A. $D = (3; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $D = (-\infty; 3)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{x \neq k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

DẠNG 2. TÍNH CHẤM LẼ

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$.

C. $y = \cos x + \sin^2 x$.

B. $y = \cos x - \sin x$.

D. $y = \cos x \sin x$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$.

C. $y = \cos x \cdot \cot x$.

B. $y = x \cos x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = 2x + \cos x$.

C. $y = x^2 \sin(x+3)$.

B. $y = \cos 3x$.

D. $y = \frac{\cos x}{x^3}$.

Câu 5. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 6. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

Câu 7. Chọn phát biểu đúng:

A. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.

D. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 8. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn ?

A. $f(x) = \sin x$.

B. $f(x) = \sin 2x$.

C. $f(x) = |\sin x|$.

D. $f(x) = x \sin x^2$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x$.

B. $y = \sin^2 x$.

C. $y = \cot^2 x$.

D. $y = \tan x$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x$.

B. $y = \tan \frac{x}{2}$.

C. $y = \sin x \cdot \cos x$.

D. $y = \sin^2 x \cdot \cos x$.

DẠNG 3. TẬP GIÁ TRỊ - GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Câu 1. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là:

A. $[-2; 2]$.

B. $[0; 2]$.

C. $[-1; 1]$.

D. $[0; 1]$.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin 2x$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. -1.

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

A. $T = [-1; 1]$.

B. $T = (-1; 1)$.

C. $T = [-1; 0]$.

D. $T = [0; 1]$.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin x$ trên tập xác định \mathbb{R} là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. -3.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos x$ là

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. 2.

Câu 120. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sqrt{\sin x + 1} - 3$ là

A. $2\sqrt{3} + 2$.

B. $2\sqrt{3} - 2$.

C. $2\sqrt{3} - 3$.

D. $3\sqrt{2}$.

IV. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Phương trình $\sin x = a$

Nếu $|a| > 1$: Phương trình vô nghiệm

Nếu $|a| \leq 1$: Phương trình có công thức nghiệm

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

- Trường hợp a không phải giá trị đặc biệt để $\sin \alpha = a$.

Neáu $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \sin \alpha = a \end{cases}$ thì $\alpha = \arcsin a$ Khi ñoù pt $\sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

- Trường hợp (α cho là độ) khi đó: $\sin x = \sin \alpha^0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^0 + k360^0 \\ x = 180^0 - \alpha^0 + k360^0 \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

- Tổng quát: $\sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Trường hợp đặc biệt

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$; $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$; $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) Phương trình $\cos x = a$

Nếu $|a| > 1$: Phương trình vô nghiệm

Nếu $|a| \leq 1$: Phương trình có CT nghiệm là

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- Trường hợp a không có giá trị đặc biệt để $\cos \alpha = a$.

Neáu $\begin{cases} 0 \leq \alpha \leq \pi \\ \cos \alpha = a \end{cases}$ thì $\alpha = \arccos a$ Khi đó pt: $\cos x = a$ có nghiệm $x = \pm \arccos a + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

- Trường hợp (α cho là độ) khi đó $\cos x = \cos \alpha^0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^0 + k360^0 \\ x = -\alpha^0 + k360^0 \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

- Tổng quát: $\cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$; $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$; $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Phương trình $\tan x = a$: Điều kiện: $\cos x \neq 0$ hay $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \mathbb{Z}$.

- Vậy khi $\tan \alpha = a$ thì $\boxed{\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}}$

- Tổng quát: $\tan f(x) = \tan g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

- Trường hợp giá trị a không đặc biệt: Neáu $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \tan \alpha = a \end{cases}$ thì $\alpha = \arctan a$

Khi ão $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

- Trường hợp cho dạng độ PT: $\tan x = \tan \alpha^0 \Leftrightarrow x = \alpha^0 + k180^0, k \in \mathbb{Z}$

d) Phương trình $\cot x = a$: Điều kiện: $\sin x \neq 0$ hay $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- Nghiệm của phương trình $\cot \alpha = a$ là $\boxed{\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}}$

- Tổng quát $\cot f(x) = \cot g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

- TH giá trị a không đặc biệt khi đó nếu $\begin{cases} 0 < \alpha < \pi \\ \cot \alpha = a \end{cases}$ thì $\alpha = \text{arc cot } a$

Khi ão: $\cot x = a \Leftrightarrow x = \text{arc cot } a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

- TH phương trình cho dạng độ: $\cot x = \cot \alpha^0 \Leftrightarrow x = \alpha^0 + k180^0, k \in \mathbb{Z}$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Giải phương trình:

a) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$;

c) $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

d) $2\cos 3x + 5 = 3$;

e) $3\tan x = -\sqrt{3}$;

g) $\cot x - 3 = \sqrt{3}(1 - \cot x)$.

2. Giải phương trình

a) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$;

b) $\sin 2x = \cos 3x$;

a) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$;

c) $\sin 3x - \cos 5x = 0$;

d) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$;

e) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$;

g) $\sin x + \cos x = 0$.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{5\pi}{3}$ là

A. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k2\pi; \frac{-2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k2\pi; \frac{-5\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k2\pi; \frac{7\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k\pi; \frac{-2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 7. Phương trình $\sin x = \sin 80^\circ$ có tập nghiệm là

A. $S = \{80^\circ + k360^\circ, 100^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \{40^\circ + k360^\circ, 140^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \{80^\circ + k360^\circ, -80^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $S = \{80^\circ + k180^\circ, 100^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = -1$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9. Họ nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{1}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

A. $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30^\circ$ là

A. $S = \{30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \{\pm 30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \{\pm 30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \{30^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 12. Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH $\cos x = m$

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 32. Giải phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

A. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{12}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + l2\pi \end{cases}$ ($k, l \in \mathbb{Z}$).

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + l2\pi \end{cases}$ ($k, l \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

A. $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = k \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 5. Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là :

A. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6. Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ có các nghiệm là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?

A. $\cos x = 3$.

B. $\sin 2x = -2$.

C. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$.

D. $\cos(2x - 1) = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 8. Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\sin 2021x - 2 = 0$.

B. $\cos(2x + 2021) = 3$.

C. $\sin^2 x + 1 = 0$.

D. $\cos(2x + 2021) = -1$.

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH $\tan x = m$

Câu 1. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).

A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2. Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. \emptyset .

C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\tan(x+1)=1$ là

A. $x=1+k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x=-1+\frac{\pi}{4}+k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x=k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x=-1+\frac{\pi}{4}+k.180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

DẠNG 4. PHƯƠNG TRÌNH $\cot x = m$

Câu 1. Giải phương trình $\cot x = 3$.

A. $x \in \emptyset$.

B. $x = 3 + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \operatorname{arccot} 3 + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \operatorname{arccot} 3 + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\cot(x+2)=1$ là:

A. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -2 - \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$

A. $\left\{ \frac{-5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4. Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$

A. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{5\pi}{8} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Giải phương trình $\cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3}$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{3k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

DẠNG 5. MỘT SỐ BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Câu 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x = 99$.

B. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

C. $\cot 2018x = 2017$.

D. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$.

Câu 2. Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Câu 3. Giải phương trình $\left(2\cos\frac{x}{2}-1\right)\left(\sin\frac{x}{2}+2\right)=0$

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 4. Phương trình $8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 5. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 6. Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là S . Hãy xác định S .

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{10} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

Câu 7. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 8. Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 5\pi)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

A. $x = k\pi; x = k\frac{\pi}{2}.$

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

D. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

Câu 10. Phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng

A. 2π .

B. 3π .

C. 5π .

D. 6π .

CHƯƠNG II: DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG. CẤP SỐ NHÂN

I. DÃY SỐ

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

Xét tính đơn điệu của dãy số

Phương pháp chung:

* Cách 1: Thực hiện theo các bước:

+ Lập hiệu $H = u_{n+1} - u_n$

+ Khi đó: Nếu $H > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) tăng. Nếu $H < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) giảm

* Cách 2: Nếu $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

+ Lập tỉ số $P = \frac{u_{n+1}}{u_n}$, từ đó so sánh P với 1.

+ Khi đó: Nếu $P > 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) tăng. Nếu $P < 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) giảm

3. Xét tính bị chặn của một dãy số (u_n)

Phương pháp chung: Sử dụng định nghĩa

- (u_n) là dãy số bị chặn trên $\Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R}: u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn dưới $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}: u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn $\Leftrightarrow \exists m, M \in \mathbb{R}: m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Chó ý: + Mỗi d·y sẽ gi¶m lu«n b¶ chÆn tr¶n b¶i u_1

+ Mỗi d·y sẽ t¶ng lu«n b¶ chÆn d·í b¶i u_1

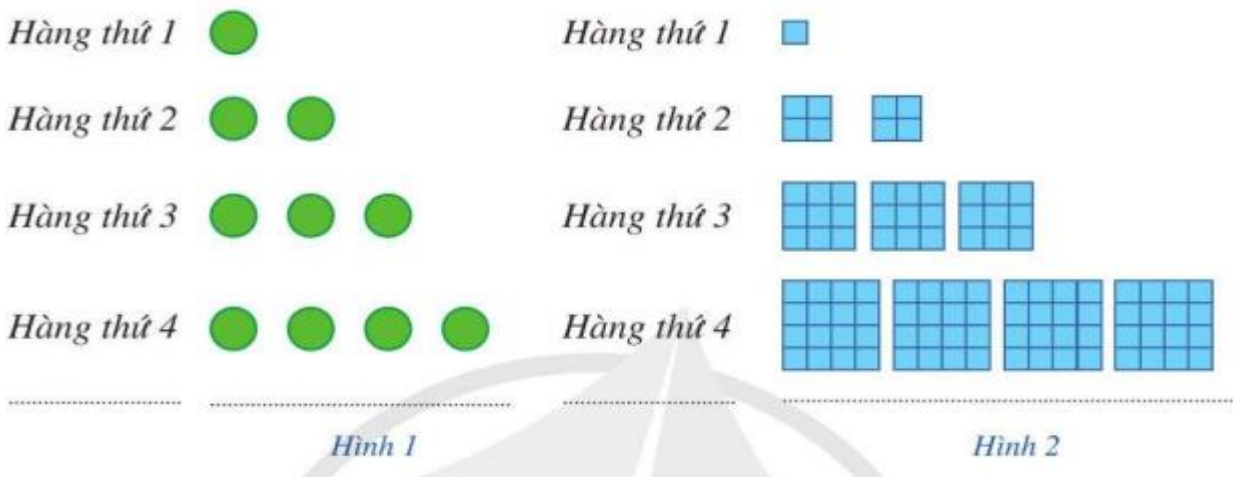
BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số có số hạng tổng quát u_n cho bởi công thức sau:

a) $u_n = 2n^2 + 1$ b) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$; c) $u_n = \frac{2^n}{n}$ d) $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

2. Gọi u_n là số chấm ở hàng thứ n trong Hình 1. Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số (u_n) . Gọi v_n là tổng diện tích của các hình tô màu ở hàng thứ n trong Hình 2 (mỗi ô vuông nhỏ là một đơn vị diện tích). Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số (v_n) .



3. Xét tính tăng, giảm của mỗi dãy số (u_n) , biết:

a. $u_n = \frac{n-3}{n+2}$ b. $u_n = \frac{3^n}{2^n \cdot n!}$ c. $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$.

4. Trong các dãy số (u_n) được xác định như sau, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên, bị chặn

a. $u_n = n^2 + 2$. b. $u_n = -2n + 1$; c. $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$.

5. Cho dãy số thực dương (u_n) . Chứng minh rằng dãy số (u_n) là dãy số tăng khi và chỉ khi

$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

6. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng.

- Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.
- Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.
- Dự đoán công thức của P_n tính theo n .

B. TRẮC NGHIỆM

D1. BIỂU DIỄN DÃY SỐ, TÌM CÔNG THỨC TỔNG QUÁT

Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 9; 99; 999; 9999,... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n}{n+1}$ B. $u_n = 10^n - 1$. C. $u_n = 9^n$ D. $u_n = 9n$

Câu 2. Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?

A. $u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = \frac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$. C. $u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$. D.

$u_n = \frac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 3. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5; 10; 15; 20; 25;... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 5(n-1)$. B. $u_n = 5n$. C. $u_n = 5+n$. D. $u_n = 5.n+1$.

Câu 4. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 8, 15, 22, 29, 36,Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 7n+7$. B. $u_n = 7.n$.
C. $u_n = 7.n+1$. D. u_n : Không viết được dưới dạng công thức.

Câu 5. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$. C. $u_n = \frac{n-1}{n}$. D.

$u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Câu 6. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$. B. $u_n = -1$.
C. $u_n = (-1)^n$. D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = 3^{n-1}$. C. $u_n = 3^{n+1} - 2$. D. $u_n = 3^n - 2$.

Câu 8. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 0.1; 0.01; 0.001; 0.0001... . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0.00\dots 01}_{n \text{ số } 0}$. B. $u_n = \underbrace{0.00\dots 01}_{n-1 \text{ số } 0}$. C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

A. $u_n = 2n-1$. B. $u_n = 3n-2$. C. $u_n = 4n-3$. D.

$u_n = 8n-7$.

Câu 10. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{3^n}$. D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

DẠNG 2. TÌM HẠNG TỬ TRONG DÃY SỐ

Câu 1. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Câu 2. Cho dãy số u_n , biết $u_n = -1^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$. B. $u_2 = 4$. C. $u_3 = -6$. D. $u_4 = -8$.

Câu 3. Cho dãy số u_n , biết $u_n = -1^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

A. $u_3 = \frac{8}{3}$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -2$. D.

$u_3 = -\frac{8}{3}$.

Câu 4. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Câu 5. Cho dãy số u_n , biết $u_n = n(-1)^n \sin(\frac{n\pi}{2})$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

A. 0. B. 9. C. -1. D. -9.

Câu 6. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$. D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Câu 7. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$. B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$

C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{8}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$ D. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{7}{2}, u_5 = \frac{11}{3}$

Câu 8. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 9. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 10. Cho dãy số u_n , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6. B. 8. C. 9. D. 10.

DẠNG 3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM

Câu 1. Cho các dãy số sau. Dãy số nào **không** là dãy số tăng?

A. 1; 1; 1; 1; ... B. 1; 3; 5; 7; ... C. 2; 4; 6; 8; ... D.

$\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \dots$

Câu 2. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{5n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
 B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm
 D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 4. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
 B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm
 D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 5. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
 B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm
 D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
 B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm
 D. Dãy số là dãy hữu hạn

Câu 7. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
 B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm
 D. Mọi số hạng đều âm

Câu 8. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{3^n}$.
 B. $u_n = \frac{1}{2n+1}$.
 C. $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$.
 D. $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

Câu 9. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

- A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$.
 B. $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$.
 C. $u_n = -3^n$.
 D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

Câu 10. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

- A. $u_n = n + \frac{1}{n}$.
 B. $u_n = 5^n + 3n$.
 C. $u_n = -3^n$.
 D. $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

II. CẤP SỐ CỘNG

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

Nếu dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai d , ta có công thức truy hồi $u_{n+1} = u_n + d, n \in \mathbb{N}^*$ (1)

Cấp số cộng (u_n) biết u_1 và công sai d ta có số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2$ (2)

Mỗi số hạng của cấp số cộng trừ số hạng đầu và số hạng cuối $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2$ (3)

Cấp số cộng (u_n) . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ Khi đó: $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ (4)

Chú ý: S_n có thể tính theo công thức. $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ (4')

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

Bài 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng? Vì sao?

- a) 10, -2, -14, -26, -38;
 b) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{7}{2}$;

Câu 8. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 4;8;16;32.

B. 4;6;8;10.

C. -1;1;-1;1.

D. 3;5;7;10.

Câu 9. Xác định a để 3 số $1+2a; 2a^2-1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a .

B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $a = \pm 3$.

D.

$$a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 10. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3n^2 + 2017$.

B. $u_n = 3n + 2018$

C. $u_n = 3^n$.

D. $u_n = (-3)^{n+1}$.

Câu 11. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$.

B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.

C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$.

D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Câu 12. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$.

B. $u_n = 2^n, n \geq 1$.

C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$.

D. $u_n = 2n - 3, n \geq 1$

Câu 13. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

A. $u_n = 3^{n+1}$.

B. $u_n = \frac{2}{n+1}$.

C. $u_n = \sqrt{n^2+1}$.

D. $u_n = \frac{5n-2}{3}$.

DẠNG 2. TÌM CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6.

B. 9.

C. 4.

D. 5.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5.

B. $\frac{2}{7}$.

C. -5.

D. $\frac{7}{2}$.

Câu 3.] Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8.

B. 33.

C. $\frac{11}{3}$.

D. 14.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11.

B. $\frac{9}{2}$.

C. 18.

D. 7.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4.

B. -4.

C. 8.

D. 3.

Câu 7. Cho cấp số cộng với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6.

B. 3.

C. 12.

D. 6.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2022$ và công sai $d = 7$. Giá trị của u_6 bằng

A. 2043.

B. 2064.

C. 2050.

D. 2057.

Câu 9. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_1 = 1; u_4 = 13$.

A. $d = 3$.

B. $d = \frac{1}{4}$.

C. $d = 4$.

D. $d = \frac{1}{3}$.

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

A. $u_5 = 1$.

B. $u_5 = 8$.

C. $u_5 = -7$.

D. $u_5 = -5$.

Câu 11. Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2 = 4$

B. $u_2 = 0$

C. $u_2 = -4$

D. $u_2 = 3$

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1, d=2$. Tính u_{10}

- A. $u_{10} = 20$. B. $u_{10} = 10$. C. $u_{10} = 19$. D. $u_{10} = 15$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. D. $d = 6$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = -2$. D. $d = -3$.

Câu 15. Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là $5; 9; 13; 17; \dots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng?

- A. $u_n = 4n + 1$. B. $u_n = 5n - 1$. C. $u_n = 5n + 1$. D.

$u_n = 4n - 1$.

DẠNG 3. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng:

- A. $S_{10} = 110$. B. $S_{10} = 100$. C. $S_{10} = 21$. D. $S_{10} = 19$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

- A. 9. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng.

- A. -59049 . B. -59048 . C. -155 . D. -310 .

Câu 4. Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d , số hạng đầu u_1 . Hãy chọn khẳng định sai?

- A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$. B. $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$.
C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$. D. $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 5. Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

- A. 800. B. 600. C. 570. D. 630

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A. $S = 46$. B. $S = 308$. C. $S = 644$. D. $S = 280$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8, u_5 = 17$. Công sai d bằng:

- A. $d = -3$. B. $d = -5$. C. $d = 3$. D. $d = 5$.

Câu 8. Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng (u_n) là

- A. $d = 3$ B. $d = -2$. C. $d = 2$. D. $d = \frac{1}{2}$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $u_{21} = -19$ và $S_{22} = 0$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

- A. $u_n = 21 + 2n$. B. $u_n = 21 - 2n$. C. $u_n = 23 - 2n$. D. $u_n = 23 + 2n$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5; u_8 = 30$. Công sai của cấp số cộng bằng:

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 3

III. CẤP SỐ NHÂN

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

Nếu dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội q , ta có công thức truy hồi $u_{n+1} = u_n \cdot q, n \in \mathbb{N}^*$ (1)

Cấp số nhân (u_n) biết u_1 và công bội q ta có công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 2$ (2)

Mỗi số hạng của cấp số nhân trừ số hạng đầu và số hạng cuối: $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ (3)

Cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ Khi đó: $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$ (4)

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

Bài 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân? Vì sao?

- a) $-9, 3, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}$ b) $2, 8, 32, 64, 256$.

Bài 2. Tìm u_1, u_2, q của cấp số nhân:

- a) $u_n = \frac{-3}{4} \cdot 2^n$ b) $u_n = \frac{5}{3^n}$ c) $u_n = (-0,75)^n$

Bài 3. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -5$, công bội $q = 2$.

- a) Tìm u_9 .
b) Số -320 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân trên?
c) Số 160 có phải là một số hạng của cấp số nhân trên không?

Bài 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_3 = \frac{27}{4}$.

- a) Tìm công bội q và viết năm số hạng đầu của cấp số nhân trên.
b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân trên.

Bài 5. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1% /năm. Gọi u_n là số dân của tỉnh đó sau n năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

- a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau n năm kể từ năm 2020.
b) Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

Bài 6. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó).

- a) Viết công thức tính giá trị của ô tô sau 1 năm, 2 năm sử dụng.
b) Viết công thức tính giá trị của ô tô sau n năm sử dụng.
c) Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng?

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. TÌM CÔNG THỨC CỦA CẤP SỐ NHÂN

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. 6 .

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8 . B. 9 . C. 6 . D. $\frac{3}{2}$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. $u_1 = 24$. B. $u_1 = \frac{1334}{11}$. C. $u_1 = 96$. D. $u_1 = \frac{217}{3}$

Câu 10. Cho (u_n) là cấp số nhân, công bội $q > 0$. Biết $u_1 = 1, u_3 = 4$. Tìm u_4 .

- A. $\frac{11}{2}$. B. 2. C. 16. D. 8.

DẠNG 4. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$.
C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Câu 2. Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6, u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

- A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. B. $2^{12} - 1$. C. $3 \cdot 2^{12} - 1$. D. $3 \cdot 2^{12}$.

Câu 3. Cho dãy (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$, ta được kết quả

- A. $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. B. $\frac{4039}{2}$. C. $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$. D. $\frac{6057}{2}$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12, u_5 = 48$, có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 129. B. -129. C. 128. D. -128.

Câu 5. Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $S_2 = 4; S_3 = 13$ và $u_2 < 0$, giá trị S_5 bằng

- A. 2. B. $\frac{181}{16}$. C. $\frac{35}{16}$. D. 121.

Câu 6. Giá trị của tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

- A. $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$. B. $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$. C. $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$. D. $S = -\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Câu 7. Biết rằng $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 4$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$. Tìm S_5 .

- A. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{181}{16}$. B. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{35}{16}$.
C. $S_5 = 114$ hoặc $S_5 = \frac{185}{16}$. D. $S_5 = 141$ hoặc $S_5 = \frac{183}{16}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 8$ và biểu thức $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10} .

- A. $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5 \cdot 4^9}$. B. $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5 \cdot 4^8}$. C. $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3 \cdot 2^6}$. D. $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3 \cdot 2^7}$

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, công bội dương và biểu thức $u_4 + \frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$.

- A. $S = 2046$. B. $S = 2097150$.
C. $S = 2095104$. D. $S = 1047552$.

CHƯƠNG III: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

I. MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM, CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Số trung bình cộng

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$...	$[a_i; a_{i+1})$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}$$

Trong đó, $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$
(với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính **trung vị** của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2. Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

3. Tứ phân vị

Để tính **tứ phân vị thứ nhất** Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả

sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính **tứ phân vị thứ ba** Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả

sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tìm **mốt** của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm j : $[a_j; a_{j+1})$.

Bước 2. Mốt được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j

(quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Mẫu số liệu đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h)

48,5 43 50 55 45 60 53 55,5 44 65
51 62,5 41 44,5 57 57 68 49 46,5 53,5

- Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
- Có bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa. Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng .
- Trên mỗi mặt phẳng các, kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

2. Các cách xác định một mặt phẳng

- Ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng. ($mp(ABC)$, (ABC))
- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó thuộc mặt phẳng. ($mp(A,d)$)
- Hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng. ($mp(a, b)$)

3. Các quy tắc vẽ hình, biểu diễn của hình không gian

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Đường nhìn thấy vẽ nét liền, đường bị che khuất vẽ nét đứt.

4. Hình chóp và hình tứ diện.

a) Hình chóp.

Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Lấy điểm S nằm ngoài (α) .

Lần lượt nối S với các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2...A_n$ và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2...A_n$.

Ta gọi S là đỉnh, đa giác $A_1A_2...A_n$ là đáy, các đoạn SA_1, SA_2, \dots, SA_n là các cạnh bên, $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ là các cạnh đáy, các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ là các mặt bên...

b) Hình Tứ diện

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD và BCD được gọi là tứ diện $ABCD$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

Dạng 1: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.

Cơ sở của phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) cần thực hiện:

- Bước 1: Tìm hai điểm chung A và B của (α) và (β) .
- Bước 2: Đường thẳng AB là giao tuyến cần tìm ($AB = (\alpha) \cap (\beta)$).

Câu 1. Quan sát phòng học của lớp và nêu lên hình ảnh của hai đường thẳng song song, cắt nhau, chéo nhau.

Câu 2. Quan sát Hình 43 và cho biết vị trí tương đối của hai trong ba cột tuabin gió có trong hình.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 43

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AB, SD . Xác định giao tuyến của mỗi cặp mặt phẳng sau: (SAD) và (SBC) ; (MNP) và $(ABCD)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 6. Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. b và c chéo nhau.

B. b và c cắt nhau.

C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.

D. b và c song song với nhau.

Câu 7. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

A. Chéo nhau.

B. Cắt nhau.

C. Song song.

D. trùng nhau.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Câu 9. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

A. cắt nhau.

B. trùng nhau.

C. chéo nhau.

D. song song với nhau.

Câu 10. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau.

B. AB và CD chéo nhau.

C. AB và CD song song.

D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song

C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Câu 12. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

A. Cắt nhau.

B. Song song nhau.

C. Có thể song song hoặc cắt nhau.

D. Chéo nhau.

Câu 13. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b .

B. Nếu b song song với c thì a song song với c .

C. Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.

D. Nếu c cắt a thì c cắt b .

Câu 14. Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a . Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau.

B. cắt nhau.

C. song song với nhau.

D. trùng nhau.

Câu 15. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 16. Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a // b$.

B. a, b không có điểm chung.

C. a, b cắt nhau.

D. a, b chéo nhau.

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

D2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. AC .
- B. BC .
- C. SO .
- D. BD .

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SBC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $GK // AB$.
- B. $GK // BC$.
- C. $GK // AC$.
- D. $GK // SB$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA và SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- A. MP và RT .
- B. MQ và RT .
- C. MN và RT .
- D. PQ và RT .

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. CD .
- B. BD .
- C. AD .
- D. AB .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2 ?

- A. AD .
- B. BC .
- C. SA .
- D. MN .

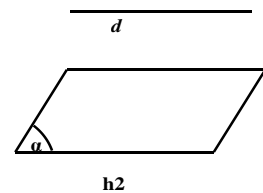
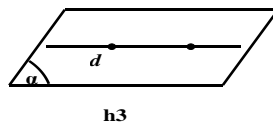
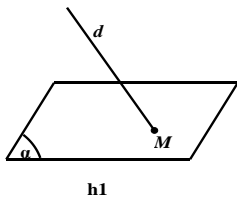
III. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) , ta có ba vị trí tương đối giữa chúng là:

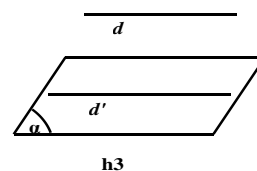
- d và (α) cắt nhau tại điểm M , kí hiệu $\{M\} = d \cap (\alpha)$ hoặc để đơn giản ta kí hiệu $M = d \cap (\alpha)$ (h1)
- d song song với (α) , kí hiệu $d // (\alpha)$ hoặc $(\alpha) // d$ (h2)
- d nằm trong (α) , kí hiệu $d \subset (\alpha)$ (h3)



2. Các định lí và tính chất.

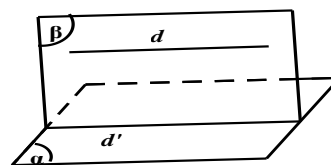
- Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .

$$\text{Vậy } \begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d // d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d // (\alpha)$$



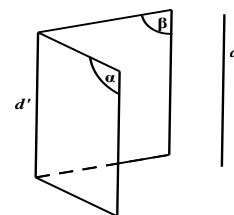
- Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) đi qua d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ d \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d' \parallel d.$$



- Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

$$\text{Vậy } \begin{cases} (\alpha) \parallel d \\ (\beta) \parallel d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d' \parallel d.$$



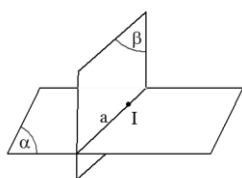
- Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

3. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Giữa hai mặt phẳng (α) và (β) có 3 vị trí tương đối.



$(\alpha) \parallel (\beta)$



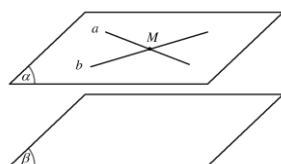
(α) cắt (β)



$(\alpha) \equiv (\beta)$ **Định nghĩa:** Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

4. Các định lý:

- 4.1. Định lý 1:** Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .



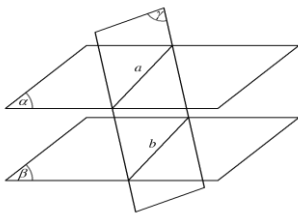
Hệ quả: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b lần lượt song song với hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (β) thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) .

$$\begin{cases} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = O \\ a \parallel a', b \parallel b' \\ a', b' \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

☞ **Lưu ý:** Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt

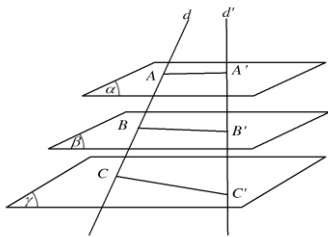
phẳng kia.

4. 2. Định lí 2 : (Định lí giao tuyến thứ tư) Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.



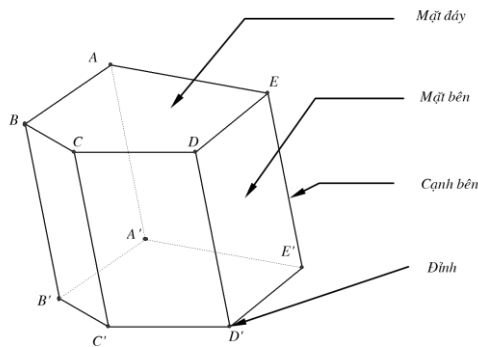
$$\begin{cases} (\alpha) // (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \Rightarrow a // b \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{cases}$$

4.3. Định lí 3 : (Định lí Ta-lét trong không gian) Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

✿ Hình lăng trụ và hình hộp:



- Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên 2 mặt phẳng song song.
- Tùy theo đáy của lăng trụ là tam giác, tứ giác, ngũ giác ... mà ta gọi lăng trụ là **lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác, lăng trụ ngũ giác...**
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là **hình hộp**.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

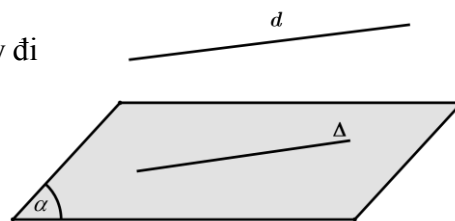
Dạng 1: Xác định được vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng. Vẽ hình biểu diễn của một hình chóp, chóp cắt, lăng trụ.

Dạng 2: chứng minh một đường thẳng song song với một mặt phẳng.

Phương pháp 1

Để chứng minh đường thẳng // với mp. Ta cần cm đường thẳng này đi song song với đường thẳng nằm trong mp đã cho.

$$\left. \begin{array}{l} d // d' \\ d' \subset (\alpha) \\ d \notin (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d // (\alpha)$$



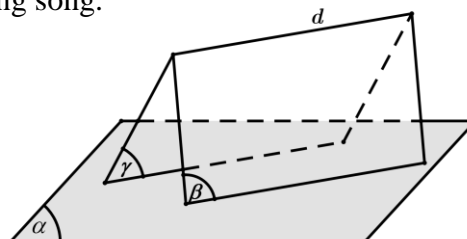
Phương pháp 2

Cơ sở của phương pháp là dùng định lý phương giao tuyến song song.

- Bước 1: Chứng minh

$$d = (\beta) \cap (\gamma) \text{ mà } \begin{cases} (\beta) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\alpha) = b \\ a // b \end{cases}$$

- Bước 2: Kết luận $d // (\alpha)$.



Bài 1. Bạn Chung cho rằng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) luôn song song với (Q). Phát biểu của bạn Chung có đúng không? Vì sao?

Bài 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD

a) Chứng minh rằng: $MN // (SBC)$, $MN // (SAD)$

b) Gọi P là trung điểm của SA. Chứng minh rằng: $SB // (MNP)$, $SC // (MNP)$.

Bài 3. Cho tứ diện ABCD. Lấy G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB

a) Chứng minh rằng $(G_1G_2G_3) // (BCD)$.

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ với mặt phẳng (ABD) .

Bài 4. Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Chứng minh rằng $(AFD) // (BEC)$.

b) Gọi M là trọng tâm của tam giác ABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (AFD). Lấy N là giao điểm của (P) và AC. Tính $\frac{AN}{NC}$

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha) // (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a // b$.

B. Nếu $a // (\alpha)$ và $b // (\beta)$ thì $a // b$.

C. Nếu $(\alpha) // (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a // (\beta)$.

D. Nếu $a // b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) // (\beta)$.

Câu 2. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) .

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .

Câu 3. Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây?

A. 2019.

B. 2020.

C. 2021.

D. 2018.

Câu 4. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) .

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt mặt phẳng (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 5. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó tồn tại duy nhất một đt a chứa M và song song với (α) .

B. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất mp (α) chứa a và song song với b .

C. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa điểm M và song song với (α) .

D. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa a và song song với (α) .

Câu 6. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 7. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.

B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.

C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$

Câu 8. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.

B. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đt nào đó nằm trong (P) .

D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a // a'; b // b'$ thì $(P) // (Q)$.

Câu 9. Trong không gian, cho đường thẳng a và hai mặt phẳng phân biệt và. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Nếu và cùng cắt a thì song song với.
- B. Nếu và cùng song song với a thì song song với.
- C. Nếu song song với và a nằm trong mp thì a song song với.
- D. Nếu song song với và a cắt thì a song song với.

Câu 10. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. Vô số.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A. mp($AA'B'B$) song song với mp($CC'D'D$).
- B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.
- C. AA' song song với CC' .
- D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // mp(Q)$. (I)
- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // b$. (II)
- Nếu $a // mp(P)$, $a // mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c // a$. (III)

- A. Chỉ (I).
- B. (I) và (III).
- C. (I) và (II).
- D. Cả (I), (II) và (III).

Câu 13. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề sai là

- A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
- D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

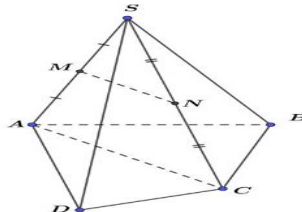
Câu 14. Trong không gian cho 2 mặt phẳng và song song với nhau. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với đều nằm trong.
- C. Nếu đường thẳng a nằm trong thì $a //$.
- D. Nếu đường thẳng Δ cắt thì Δ cắt.

Câu 15. Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ và $b // (\alpha)$.
- B. $a // b \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$.
- C. a và b chéo nhau.
- D. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

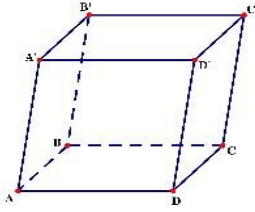


- A. $MN // (SAB)$.
- B. $MN // (SBC)$.
- C. $MN // (SBD)$.
- D. $MN // (ABCD)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD . Khi đó MN song song với mặt phẳng

- A. (SAC) .
- B. (SBD) .
- C. (SAB) .
- D. $(ABCD)$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



- A. $(AA'C')$. B. $(CC'D')$. C. (ADD') . D. $(BB'A')$.

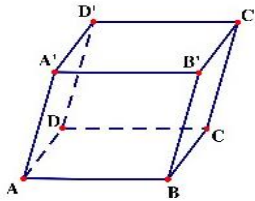
Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $(AB'D') \parallel (A'BD)$. B. $(AB'D') \parallel (C'BD)$.
 C. $(DA'C') \parallel (ACB)$. D. $(AB'D') \parallel (BCD)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (BCC') song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. $(DC'D')$. B. (CDA') . C. $(A'DD')$. D. $(A'C'A)$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Biết K là trung điểm AD . Mặt phẳng (OKO') song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $(BCC'B')$. B. $(DCC'D')$. C. $(A'C'CA)$. D. (BDA') .

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $(IJK) \parallel (SAB)$. B. $(IJK) \parallel (SAC)$.
 C. $(IJK) \parallel (SDC)$. D. $(IJK) \parallel (SBC)$

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ACD') \parallel (A'C'B)$. B. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.
 C. $(BDA') \parallel (D'B'C)$. D. $(BA'D') \parallel (ADC)$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (BCA') . B. $(BC'D)$. C. $(A'C'C)$. D. (BDA') .

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(BA'C')$. B. $(C'BD)$. C. (BDA') . D. (ACD') .

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào **sai**?

- A. $BB'DC$ là một tứ giác đều. B. $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.
 C. $A'B'CD$ là hình bình hành. D. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$. B. $(AA'B)$. C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SCD) . C. $(ABCD)$. D. (SAB) .

Câu 15. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. BA' . B. BB' . C. BC . D. CB' .

V. PHÉP CHIẾU SONG SONG

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

Định nghĩa:

- Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) . Với mỗi điểm M trong không gian ta xác định điểm M' như sau:

+ Nếu M thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và Δ .

+ Nếu M không thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và đường thẳng qua M song song với Δ . Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ . Phép đặt tương ứng mỗi điểm M với hình chiếu M' của nó được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ .

- Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương Δ được gọi là phương chiếu.

Tính chất

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

- Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.

1. Hình biểu diễn của một hình không gian

Khái niệm

Hình biểu diễn của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

- Hình biểu diễn của hình tam giác là hình tam giác;

- Hình biểu diễn của hình vuông là hình bình hành;

- Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.

- Hình biểu diễn của một số hình phẳng (nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu)

+ Hình biểu diễn của Tam giác (tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông,...) là một tam giác.

+ Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi là một hình bình hành.

+ Hình biểu diễn của hình thang $ABCD$ với $AB // CD$ là một hình thang $A'B'C'D'$ với $A'B' // C'D'$ thỏa

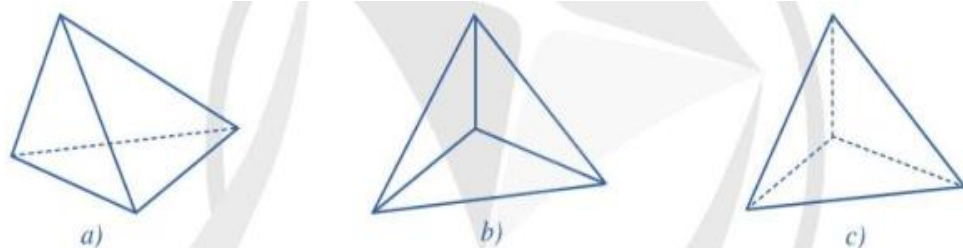
$$\text{mãn } \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

+ Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Trong các Hình 88a, 88b, 88c, hình nào là hình biểu diễn cho hình tứ diện



Hình 88

2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B'$.

3. Vẽ hình biểu diễn của các vật trong Hình 89 và Hình 90.



Hình 89



Hình 90

4. Vẽ hình biểu diễn của:

- a) Một tam giác vuông nội tiếp trong một đường tròn ;
- b) Một lục giác đều.

B. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình chữ nhật.
- B. Hình thang.
- C. Hình bình hành.
- D. Hình thoi.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

- A. A' .
- B. C' .
- C. B' .
- D. I' .

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AD . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (BCD) là điểm nào sau đây?

- A. D .
- B. Trung điểm của CD .
- C. Trung điểm của BD .
- D. Trọng tâm tam giác BCD .

Câu 4. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau.
- B. Đồng qui.
- C. Song song.
- D. Thẳng hàng.

Câu 5. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề đúng?

- A. M' là trung điểm của $A'B'$.
- B. M' là trung điểm của $B'C'$.
- C. M' là trung điểm của $A'C'$.
- D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

- A. A' .
- B. B' .
- C. C' .
- D. I' .

Câu 8. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l . Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) \parallel (P)$.
- B. $(\alpha) \equiv (P)$.
- C. $(\alpha) \parallel l$ hoặc $(\alpha) \supset l$.
- D. A, B, C đều sai.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
- B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
- C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.

D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Câu 11. Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.

A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.

B. Một đường thẳng.

C. Thành hai đường thẳng song song.

D. Cả ba trường hợp trên.

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.

B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.

C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.

D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Câu 13. Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình vuông.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình thoi.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai:

A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.

B. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.

D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 15. Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là:

A. Điểm A .

B. Trùng với phương chiếu.

C. Đường thẳng đi qua A .

D. Đường thẳng đi qua A hoặc chính A

CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

I. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Giới hạn hữu hạn của dãy số. (Nội dung kiến thức cần nắm)

Các giới hạn đặc biệt:

$$a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0, k \in \mathbb{Z}^+; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0, |q| < 1$$

$$b) \text{ Nếu } u_n = c \text{ (c hằng số) thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$$

$$c) \lim n^k = +\infty \text{ với } k \in \mathbb{Z}^+; \quad \lim q^n = +\infty \text{ nếu } q > 1$$

Định lí 1 về giới hạn hữu hạn của dãy số:

a) Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì

$$\sim \lim(u_n + v_n) = a + b; \quad \sim \lim(u_n - v_n) = a - b$$

$$\sim \lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b; \quad \sim \lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ nếu } b \neq 0$$

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi $\forall n \in \mathbb{Z}^*$ và $\lim u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

Định lí 2 về giới hạn vô cực của dãy số:

Neáu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Neáu $\lim u_n = a > 0$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với $\forall n \in \mathbb{N}$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$

Neáu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim u_n v_n = +\infty$

2. Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: (Nội dung kiến thức cần nắm)

Cho cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $|q| < 1$, số hạng đầu u_1 . Khi đó tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

$S = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_n + \dots$ tính theo công thức $S = \frac{u_1}{1-q}, |q| < 1$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

Bài 1. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ với $u_n = 3 + \frac{1}{n}; v_n = 5 - \frac{2}{n^2}$. Tính các giới hạn sau :

a) $\lim u_n, \lim v_n$.

b) $\lim(u_n + v_n), \lim(u_n - v_n), \lim(u_n \cdot v_n), \lim \frac{u_n}{v_n}$.

2. Tính các giới hạn sau :

a) $\lim \frac{5n+1}{2n}$;

b) $\lim \frac{6n^2+8n+1}{5n^2+3}$;

c) $\lim \frac{\sqrt{n^2+5n+3}}{6n+2}$;

d) $\lim \left(2 - \frac{1}{3^n}\right)$;

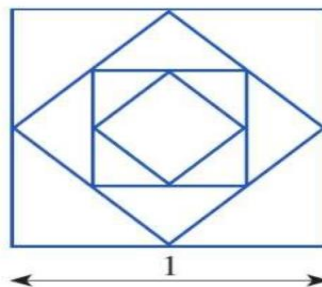
e) $\lim \frac{3^n + 2^n}{4 \cdot 3^n}$;

g) $\lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{3^n}$;

3. a) Tính tổng cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) , với $u_1 = \frac{2}{3}, q = -\frac{1}{4}$.

b) Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $1,(6)$ dưới dạng phân số.

4. Từ hình vuông có độ dài bằng 1, người ta nối các trung điểm của cạnh hình vuông để tạo ra hình vuông mới như **hình 3**. Tiếp tục quá trình này đến vô hạn.



Hình 3

a) Tính diện tích S_n của hình vuông được tạo thành ở bước thứ n ;

b) Tính diện tích tổng tất cả các hình vuông được tạo thành.

5. Có chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian $T=24\ 000$ năm thì một nửa số phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khỏe con người (T được gọi là chu kỳ bán rã)

(Nguồn : Đại số và giải tích 11, NXB GD Việt Nam, 2021)

Gọi u_n là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kỳ thứ n .

a) Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số (u_n) .

b) Chứng minh rằng (u_n) có giới hạn là 0.

c) Từ kết quả câu b), chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng chất phóng xạ ban đầu không còn độc hại với con người, biết rằng chất phóng xạ này không còn độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn 10^{-6} g.

Câu 2. Giá trị đúng của $\lim(5^n)$ là:

- A. $+\infty$. B. -2 . C. 2 . D. $-\infty$.

Câu 3. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$ bằng.

- A. 2 . B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0 .

Câu 5. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

- A. $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim(2)^n$.

Câu 1. Tính $L = \lim \frac{n-1}{n^3+3}$.

- A. $L=1$. B. $L=0$. C. $L=3$. D. $L=2$.

Câu 2. $\lim \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0 . B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 3. $\lim \frac{1}{2n+7}$ bằng

- A. $\frac{1}{7}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0 .

Câu 4. $\lim \frac{1}{2n+5}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0 . C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5. $\lim \frac{1}{5n+2}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. 0 . C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 6. Tìm $I = \lim \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 0 . D. 1 .

Câu 7. $\lim \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng:

- A. 2 . B. 0 . C. $\frac{-3}{5}$. D. -3 .

Câu 8. $\lim \frac{2018}{n}$ bằng

- A. $-\infty$. B. 0 . C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 9. Tính giới hạn $L = \lim \frac{2n+1}{2+n-n^2}$?

- A. $L = -\infty$. B. $L = -2$. C. $L = 1$. D. $L = 0$.

Câu 10. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2}$.

C. $u_n = \frac{1-2n}{5n+3n^2}$.

D. $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.

Câu 2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n-1}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Câu 3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n-1}$ bằng

A. 2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 1.

Câu 4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n+5}{2n-4}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{5}{4}$.

C. 3.

D. -4.

Câu 5. Tính $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-1}{n^3+3}$

A. $L=2$.

B. $L=3$.

C. $L=0$.

D. $L=1$.

Câu 6. Tính $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{1}{n^2}\right)$

A. $A=3$.

B. $A=-\infty$.

C. $A=+\infty$.

D. $A=0$.

Câu 7. Tính giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)(2n+3)}{n^3-2}$?

A. $J = -\frac{3}{2}$.

B. $J = 2$.

C. $J = 0$.

D. $J = -2$.

Câu 8. Giới hạn dãy số bằng: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2-3n+1}{n^2+2n}$

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 9. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng -1?

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-2021}{n-2022}$.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-2022}{2022n-1}$.

C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-2022}{2022n-1}$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2-2022}{2022n-n^2}$.

DẠNG 4. TỔNG CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Câu 1. Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Tổng $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị là:

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 3. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

A. $S = 2$.

B. $S = \frac{3}{2}$.

C. $S = 1$.

D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 4. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}; \dots$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 5. Tính tổng $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{18} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2 \cdot 3^{n-1}} + \dots$

A. $S = \frac{3}{4}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = \frac{2}{3}$.

D. $S = \frac{3}{8}$.

II. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm (Nội dung kiến thức cần nắm)

Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ (c: hằng số)

Định lý 1 về giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm: a) Nếu $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \\ \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M \end{cases}$ thì:

*) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ *) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$

*) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$ *) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$)

b) Nếu $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \end{cases}$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$

Giới hạn một bên: Định lý 2: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$

2. Giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực (Nội dung kiến thức cần nắm) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L$

Giới hạn đặc biệt:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^k} = 0$; (c hằng số, k số nguyên dương)

3. Giới hạn vô cực của hàm số (Nội dung kiến thức cần nắm)

Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ (k nguyên dương); $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \begin{cases} +\infty & \text{nếu k chẵn} \\ -\infty & \text{nếu k lẻ} \end{cases}$

Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x) \cdot g(x)$

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$
L > 0	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
L < 0	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của g(x)	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$\pm\infty$	Tùy ý	0
L > 0	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
L < 0		+	$-\infty$
		-	$+\infty$

Các trường hợp khác $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{|x|} = +\infty$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

Bài 1. Sử dụng định nghĩa, tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} x^2$ b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$

Bài 2. Biết rằng hàm số $f(x)$ thoả mãn $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$. Trong trường hợp này có tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ hay không? Giải thích.

Bài 3. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x + 3)$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$.

Bài 4. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x + 1}{3x - 4}$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x - 11}{2x + 3}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$;
d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$; e) $\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{1}{x - 6}$; g) $\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{1}{x - 7}$.

Bài 5. Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(t) = \frac{50t}{t+4}$ ($t \geq 0$) bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo. Tính $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t)$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

6. Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x) = 50000 + 105x$.

a) Tính chi phí trung bình $\bar{C}(x)$ để sản xuất một sản phẩm.

b) Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x)$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. GIỚI HẠN HỮU HẠN

Câu 1. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 2. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 3. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x + 3}$

- A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:

- A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ bằng?

- A. 5. B. 9. C. 0. D. 7.

Câu 6. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ bằng?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 7. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x - 1}$ ta được kết quả

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a}$ bằng:

- A. $-\frac{1}{2a}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

DẠNG 3. GIỚI HẠN TẠI VÔ CỰC

Câu 1. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.

Câu 2. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -4.

Câu 3. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2. D. 0.

Câu 4. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$ bằng

- A. $-\infty$. B. 3. C. -3. D. $+\infty$.

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{4x+2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{-1}{4}$. D. $\frac{-1}{2}$

Câu 6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng:

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

III. HÀM SỐ LIÊN TỤC

TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Hàm số liên tục tại một điểm: (Nội dung kiến thức cần nắm)

Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Để xét tính liên tục của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 ta thực hiện các bước:

B1: Tính $f(x_0)$.

B2: Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ (trong nhiều trường hợp ta cần tính $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$)

B3: So sánh $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ với $f(x_0)$ và rút ra kết luận.

Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \Rightarrow$ hàm số liên tục tại điểm x_0 , nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0) \Rightarrow$ hàm số gián đoạn tại điểm x_0 .

2. Hàm số liên tục trên một khoảng: $y = f(x)$ liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng đó.

3. Hàm số liên tục trên một đoạn $[a; b]$: $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

4. Hàm số đa thức liên tục trên \mathbb{R} .

Hàm số phân thức, các hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng xác định của chúng.

5. Giả sử $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . Khi đó:

• Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$, $y = f(x).g(x)$ liên tục tại x_0 .

• Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

6. Nếu $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ tồn tại ít nhất một số $c \in (a; b)$: $f(c) = 0$.

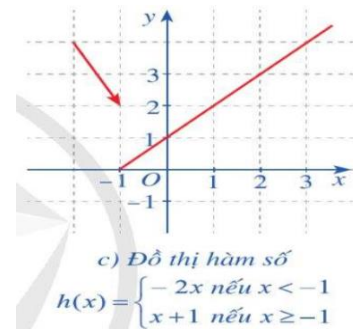
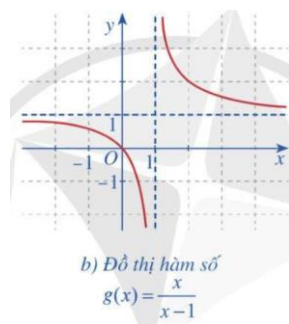
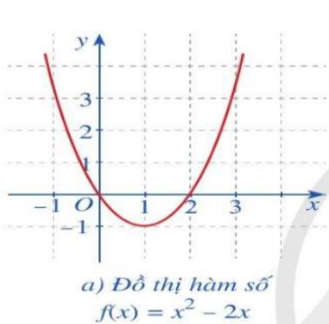
Nói cách khác: Nếu $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm $c \in (a; b)$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

A. TỰ LUẬN

1. Dùng định nghĩa xét tính liên tục của hàm số $f(x) = 2x^3 + x + 1$ tại điểm $x = 2$.

2. Trong các hàm số có đồ thị ở Hình 15a, 15b, 15c, hàm số nào liên tục trên tập xác định của hàm số đó? Giải thích.



Hình 15

3. Bạn Nam cho rằng: “Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 , còn hàm số $y = g(x)$ không liên tục tại x_0 , thì hàm số $y = f(x) + g(x)$ không liên tục tại x_0 ”. Theo em, ý kiến của bạn Nam đúng hay sai? Giải thích.

4. Xét tính liên tục của mỗi hàm số sau trên tập xác định của hàm số đó:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$

b) $g(x) = x^4 - x^2 + \frac{6}{x-1}$

c) $h(x) = \frac{2x}{x-3} + \frac{x-1}{x+4}$

5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \neq 4 \\ 2a + 1 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$.

a) Với $a = 0$, xét tính liên tục của hàm số tại $x = 4$.

b) Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại $x = 4$?

c) Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục trên tập xác định của nó?

B. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

C. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 2. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

I. $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

II. $f(x)$ không liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) \geq 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.

A. Cả I và II đúng.

B. Cả I và II sai.

C. Chỉ I đúng.

D. Chỉ II đúng.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

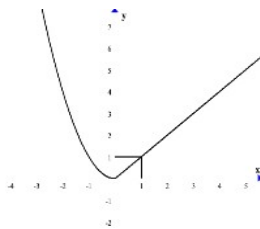
A. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.

B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.

C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Câu 5. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

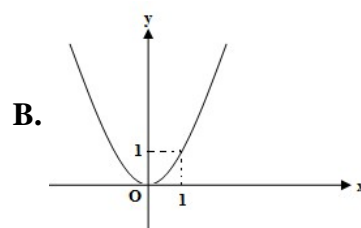
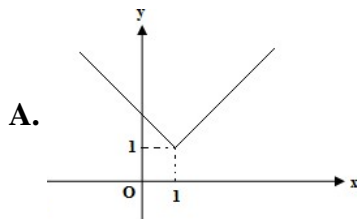
A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng không liên tục tại điểm $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

D. Hàm số $y = f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

Câu 6. Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x = 1$?



A. $y = (x+1)(x^2+2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 2$?

A. $y = \frac{3x-4}{x-2}$. B. $y = \sin x$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ D. $y = \tan x$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

A. $x_0 = 2018$. B. $x_0 = 1$. C. $x_0 = 0$ D. $x_0 = -1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x = \pm 1$. B. Hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$.
 C. Hàm số liên tục tại các điểm $x = -1$. D. Hàm số liên tục tại các điểm $x = 1$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 2$?

A. $y = (x-1)(x-2)$. B. $y = \frac{(x-2)(x^2+3)}{x-2}$.
 C. $y = \frac{x-2}{x+2}$. D. $y = \frac{x+2}{x^2+2}$.

DẠNG 4. CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 14x^2 + 4x - 10$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên \mathbb{R} là:

A. 1. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 2. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-2; 3)$.
 B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 3)$.
 C. Phương trình (1) vô nghiệm.
 D. Phương trình (1) có hai nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 3. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.
 B. Phương trình (1) vô nghiệm.
 C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 4. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$

A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$. B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.
 C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. D. $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$.

Câu 5. Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

-----**HẾT**-----